Mała powtórka z potęgowania i logarytmów

Potęgowanie:

$a^{-n} = (\frac{1}{a})^n = \frac{1}{a^n}$ np. $3^{-2} = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ np. $2^{-4} = (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ np. $9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3;$ $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2;$

Logarytmy:

Logarytmem z liczby dodatniej *b* przy podstawie z liczby dodatniej *a* różnej od jedności nazywamy taką liczbę *c*, że *a* podniesione do potęgi *c* równa się *b*.

$\log_a b=c \Leftrightarrow a^c=b$
dla każdej liczby a, $b>0 \wedge a\neq 1$

np. $\log_2 8=3$ gdyż 2 trzeba podnieść do potęgi trzeciej aby uzyskać 8

Zauważmy, że jeżeli $b\in[0,1]$ to, $\log_2 b < 0$
np. $\log_2 0{,}5= -1$ gdyż $2^{-1}=1/2$
$\log_2 0{,}25= = -2$ gdyż $2^{-2} = 1/2^2 = ¼$

wobec tego, jeżeli $b\in[0,1]$ to:
$-\log_2 b > 0$ np. $-\log_2 0{,}5= 1$

Zauważmy, że: $\log_a(\frac{1}{b}) = -\log_a b$

Przydatna może okazać się też następująca własność:

$\log_a(b\cdot d) = \log_a b + \log_a d$ np.: $\log_2 8 = \log_2 2 + \log_2 4$

Oblicz:

$\log_3 27=$ $\log_4 16=$ $\log_5 125=$

$\log_2 0{,}25=$ $\log_2(1/16)=$ $\log_2(1/8)=$

$-\log_2 0{,}25=$ $-\log_2(1/16)=$ $-\log_2(1/8)=$