******zadanka do poćwiczenia vol. 9 :) ******

*******zmienna losowa, próby, centralne twierdzenie graniczne*******

1.W populacji określona jest zmienna „liczba godzin poświęcona na czytanie książek w ciągu miesiąca". Średnia tej zmiennej wynosi 15 a odchylenie standardowe równe jest 10. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że średnia w wylosowanej 900 – elementowej próbie będzie zawierać się w przedziale od 14,5 do 15,5 godziny.(Skorzystaj z nierówności Czebyszewa i centralnego twierdzenia granicznego)

2.Zmienna X ma w populacji średnią równą 102 i i wariancję równą 400. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że średnia w wylosowanej 400 – elementowej próbie będzie zawierać się w przedziale od 100 do 104.

3. Wiadomo, że w pewnej zbiorowości 60% osób posiada psa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w 300-elementowej próbie dobranej a sposób prosty niezależny co najmniej 200 osób posiada psa?

4. Zorganizowano konkurs „Pisanki tradycyjne", na którym zgromadzono 1000 pięknych pisanek wielkanocnych. Jeden z jurorów dowiedział się o tym, że część pisanek nie spełnia podstawowego kryterium, tj. jest barwiona inaczej niż tradycyjnymi metodami. Postanowił wylosować 144 pisanek i poddać je dość radykalnym testom chemicznym na obecność barwnika (na tyle radykalnym, że nie jest możliwe dwukrotne przebadanie tej samej pisanki). Jeśli wiadomo, że dokładnie 40 % jest barwiona sztucznie jakie jest prawdopodobieństwo, ze wśród wylosowanych pisanek co najmniej 65 sztuk będzie sztucznie barwiona.

5. Zmienna Y ma w populacji średnią równą 60 i odchylenie standardowe równe 8. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że średnia w wylosowanej 256 – elementowej próbie będzie większa od 61

6. Zmienna zarobki ma w pewnej zbiorowości rozkład zbliżony do normalnego. Wartość oczekiwana tej zmiennej wynosi 1500 a odchylenie standartowe wynosi 500. Dla jakiego odsetka zbiorowości zarobki zawierają się w przedziale od 1300 do 1700.

Zmienna X jest zmienną ciągłą, ma wartość oczekiwaną równą 1 i wariancję równą 4. Czy wynika z tego, że:	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe wartości funkcji gęstości tej zmiennej dla X=1	n
Prawdopodobieństwo, ze zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe 0,5	n
Prawdopodobieństwo, ze zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe wartości dystrybuanty tej zmiennej dla X=1	t
Prawdopodobieństwo, ze zmienna X jest mniejsza lub równa 2 jest jest równe powierzchni pola pod wykresem fukcji gęstosci nad przedziałem $(-\infty; 2]$	t
Jeśli zmienna Y jest zmienną ciągłą, ma wartość oczekiwaną równą 1 i wariancję równą 8 to wynika z tego, że: $P(X \leq -1) < P(Y \leq -1)$	n
Zmienna „średnia X z 400 elementowej próby" ma wariancję równą 0,01	t

Zmienna X jest zmienną o rozkładzie normalnym i parametrach N(1,4) Czy wynika z tego, że	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe wartości funkcji gęstości tej zmiennej dla X=1	n
Prawdopodobieństwo, ze zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe 0,5	t
Prawdopodobieństwo, ze zmienna X jest mniejsza lub równa od 1 jest równe wartości dystrybuanty tej zmiennej dla X=1	t
Prawdopodobieństwo, ze zmienna X jest mniejsza lub równa 2 jest równe powierzchni pod wykresem fukcji gęstości tej zmiennej nad przedziałem $(-\infty; 2]$	t
Jeśli zmienna Y ma również rozkład normalny, ma wartość oczekiwaną równą 1 i wariancję równą 8 to wynika z tego, że $P(X \leq -1) < P(Y \leq -1)$	t
$P(X \leq 3) = P(X \geq 2)$	n

W populacji 600 – elementowej zmienna X przyjmuje wartości 1, 2 oraz 3 z prawdopodobieństwami odpowiednio 0,3; 0,4 oraz 0,3. Czy w takiej sytuacji:	
Wartośc oczekiwana zmiennej „średnia X z 2-elementowej dowolnej próby" jest równa 2	n
Wariancja zmiennej „średnia X z 2-elem próby losowanej w sposób prosty niezal." jest równa 0,3	t
Wariancja zmiennej „średnia X z 2-elementowej próby losowanej w sposób prosty zależny" jest mniejsza od 0,3	t
Wartość oczekiwana zmiennej „wariancja X z 2-elementowej próby losowanej w sposób prosty niezależny" jest mniejsza od 0,6	t
Jeśli 2 -elementowa próba jest dobrana w sposób prosty niezależny to prawdopodobieńtwo wylosowania próby o średniej równej 1 jest równe 0,09	t
Jeśli 2-elementowa próba jest dobrana w sposób prosty zależny to prawdopodobieńtwo wylosowania próby o średniej równej 1 jest większe od 0,09	n

Losujemy n-elementową próbę losową z N-elementowej populacji $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, ... \omega_N\}$. Czy wynika z tego, że:	
Prawdopodobieństwo wylosowania każdego elelmentu z populacji musi być znane i niezerowe	t
Prawdopodobieństwo wylosowania każdego elementu z populacji jest takie samo	n
Średnia dowolnej zmiennej w tej próbie jest równa jej wartości oczekiwanej w populacji	n
Jeśli losujemy próbę 3-elementową to prawdopodobieńtwo wylosowania próby o składzie $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ jest takie samo jak próby o składzie $\{\omega_4, \omega_5, \omega_6\}$	n
$N \geq n$	n

Zmienna W ma rozkład normalny o parametrach N(3,2). Prawdopodobieństwo, że zmienna przyjmie wartość równą co najwyżej 2, jest określone przez	
Pole pod funkcją gęstości nad przedziałem (-∞;2>	t
Wartość dystrybuanty w punkcie 2	t
Wartość dystrybuanty rozkładu normalnego standaryzowanego w punkcie 2	n
Wartość dystrybuanty rozkładu normalnego standaryzowanego w punkcie –1/2	t
Wartość jej funkcji gęstości w punkcie 2	n
Wartość jej funkcji gęstości w punkcie –0,5	n
Pole pod dystrybuantą pod przedziałem (-∞;2>	n

Zmienna Z jest zmienną ciągłą. Czy wynika z tego, że:	
Zmienna przyjmuje nieskończenie wiele wartości	t
Zmienna ma rozkład normalny	n
Prawdopodobieństwo, że zmienna przyjmuje określoną wartość z_i jest równe 0	t
Rozkład tej zmiennej jest symetryczny	n

7.Zmienna X przyjmuje wartości 1, 2, 3, z prawdopodobieństwami P(X=1)=P(X=2)=0,4, P(X=3)=0,2. Zakładając dobór próby prosty niezależny oszacuj możliwie dokładnie prawdopodobieństwo:

a)Wylosowania 200-elementowej próby takiej, że średnia w tej próbie będzie większa od 1,5

b)Wylosowania 15-elementowej próby takiej, że średnia w tej próbie będzie zawierać się w przedziale $\langle 1,5; 2,1 \rangle$

c)Wylosowania trzyelementowej próby, takie, że średnia w tej próbie będzie większa od 1

9. Oblicz następujące prawdopodobieństwa związane ze zmienną U mającą rozkład normalny o parametrach N(0,1):

a) $P(U \le 1,26) =$ b) $\Phi(1,26) =$ c) $P(U > 1,5) =$ d) $P(U > -1) =$

e) $P(U \le -1) =$ f) $P(1 \le U \le 2) =$ g) $P(-1 \le U \le 2) =$ h) $P(-1 \le U \le 1) =$ i) $P(-2 \le U \le -1) =$

10. Oblicz następujące prawdopodobieństwa związane ze zmienną X mającą rozkład normalny o parametrach N(4,2):

a) $P(X \le 6) =$ b) $P(X > 6) =$ c) $P(X > 0) =$ d) $P(X \le 0) =$ e) $P(-6 \le X \le 0) =$

11. Oblicz wartości u_i zmiennej U mającej rozkład normalny o parametrach N(0,1):

a) $P(U \le u_1) = 0,8$ b) $\Phi(u_1) = 0,8$ c) $P(U > u_1) = 0,4$ d) $P(U \le - u_1) = 0,3$

e) $P(U \le u_1) = 0,2$ f) $\Phi(u_1) = 0,3$ g) $P(U > u_1) = 0,8$ h) $P(U > u_1) = 0,6$

h) $P(-u_1 \le U \le u_1) = 0,95$ i) $P(-u_1 \le U \le 0) = 0,3$

12. Oblicz wartości x_i zmiennej X mającej rozkład normalny o parametrach N(3,2):

a) $P(X \le x_1) = 0,8$ b) $P(X > x_2) = 0,4$ c) $P(X \le x_3) = 0,23$ d) $P(X > x_4) = 0,8$ e) $P(-x_5 \le X \le x_6) = 0,99$

13)Zmienna przyjmuje dwie wartości 1 i 2. Liczebność wartości 1 w populacji wynosi 10, liczebność wartości 2 jest pięć razy większa. Wyznacz rozkład prawdopodobieństwa statystyki „średnia z 3-elementowej próby dobranej w sposób prosty niezależny". Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję tej zmiennej

14)W populacji mamy 5 elementów które mają następujące wartości zmiennej X:
$X_1=3$, $X_2=2$, $X_3=1$, $X_4=3$, $X_5=2$. Oblicz prawdopodobieństwo, że średnia w 2 elementowej próbie wyniesie 2 gdy losujemy:
a) W sposób prosty niezależny b) W sposób prosty zależny

14b) Populacja składa się z czterech obiektów, dla których zmienna X przyjmuje odpowiednio wartości 1, 1, 3, 4.
a)Wyznacz rozkład zmiennej „minimum z dwuelementowej próby dobranej sposób prosty zależny" i oblicz jej medianę.
b)Wyznacz rozkład zmiennej „średnia z dwuelementowej próby dobranej sposób prosty niezależny" i oblicz jej wariancję.

15) Wiemy, że w pewnej zbiorowości 60% osób zna wzór na nieobciążony estymator wariancji . Jakie jest prawdopodobieństwo, że losując 3 razy próbę 256 elementową (w sposób prosty niezależny) za każdym razem wylosujemy próbę w której większość nie będzie znała tego wzoru.

16)Wiemy, że w pewnej zbiorowości prawdopodobieństwo wylosowania 400 elementowej próby (w sposób prosty niezależny) w której co najwyżej 88 osób jada kiełki rzodkiewki wynosi w przybliżeniu 0,84. Jaki odsetek (w przybliżeniu) tej populacji jada kiełki rzodkiewki?