

****zadanka do poćwiczenia vol. 9 :)****
 *****zmienna losowa, próby, centralne twierdzenie graniczne*****

1. W populacji określona jest zmienna „liczba godzin poświęcona na czytanie książek w ciągu miesiąca”. Średnia tej zmiennej wynosi 15 a odchylenie standardowe równe jest 10. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że średnia w wylosowanej 900 – elementowej próbie będzie zawierać się w przedziale od 14,5 do 15,5 godziny. (Skorzystaj z nierówności Czebyszewa i centralnego twierdzenia granicznego)
2. Zmienna X ma w populacji średnią równą 102 i i wariancję równą 400. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że średnia w wylosowanej 400 – elementowej próbie będzie zawierać się w przedziale od 100 do 104.
3. Wiadomo, że w pewnej zbiorowości 60% osób posiada psa. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w 300-elementowej próbie dobranej a sposób prosty niezależny co najmniej 200 osób posiada psa?
4. Zorganizowano konkurs „Pisanek tradycyjne” na którym zgromadzono 1000 pięknych pisanek wielkanocnych. Jeden z jurorów dowiedział się o tym, że część pisanek nie spełnia podstawowego kryterium, tj. jest barwiona inaczej niż tradycyjnymi metodami. Postanowił wylosować 144 pisanek i poddać je dość radykalnym testom chemicznym na obecność barwnika (na tyle radykalnym, że nie jest możliwe dwukrotne przebadanie tej samej pisanki). Jeśli wiadomo, że dokładnie 40 % jest barwiona sztucznie jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wylosowanych pisanek co najmniej 65 sztuk będzie sztucznie barwiona.
5. Zmienna Y ma w populacji średnią równą 60 i odchylenie standardowe równe 8. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że średnia w wylosowanej 256 – elementowej próbie będzie większa od 61
6. Zmienna zarobki ma w pewnej zbiorowości rozkład zbliżony do normalnego. Wartość oczekiwana tej zmiennej wynosi 1500 a odchylenie standartowe wynosi 500. Dla jakiego odsetka zbiorowości zarobki zawierają się w przedziale od 1300 do 1700.

Zmienna X jest zmienną ciągłą, ma wartość oczekiwaną równą 1 i wariancję równą 4. Czy wynika z tego, że:	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe wartości funkcji gęstości tej zmiennej dla $X=1$	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe 0,5	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe wartości dystrybuanty tej zmiennej dla $X=1$	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 2 jest równe powierzchni pola pod wykresem funkcji gęstości nad przedziałem $(-\infty; 2]$	
Jeśli zmienna Y jest zmienną ciągłą, ma wartość oczekiwaną równą 1 i wariancję równą 8 to wynika z tego, że: $P(X \leq -1) < P(Y \leq -1)$	
Zmienna „średnia X z 400 elementowej próby” ma wariancję równą 0,01	

Zmienna X jest zmienną o rozkładzie normalnym i parametrach $N(1,4)$ Czy wynika z tego, że	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe wartości funkcji gęstości tej zmiennej dla $X=1$	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 1 jest równe 0,5	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa od 1 jest równe wartości dystrybuanty tej zmiennej dla $X=1$	
Prawdopodobieństwo, że zmienna X jest mniejsza lub równa 2 jest równe powierzchni pod wykresem funkcji gęstości tej zmiennej nad przedziałem $(-\infty; 2]$	
Jeśli zmienna Y ma również rozkład normalny, ma wartość oczekiwaną równą 1 i wariancję równą 8 to wynika z tego, że $P(X \leq -1) < P(Y \leq -1)$	
$P(X \leq 3) = P(X \geq 2)$	

W populacji 600 – elementowej zmienna X przyjmuje wartości 1, 2 oraz 3 z prawdopodobieństwami odpowiednio 0,3; 0,4 oraz 0,3. Czy w takiej sytuacji:	
Wartość oczekiwana zmiennej „średnia X z 2-elementowej dowolnej próby” jest równa 2	
Wariancja zmiennej „średnia X z 2-elem próby losowanej w sposób prosty niezal.” jest równa 0,3	
Wariancja zmiennej „średnia X z 2-elementowej próby losowanej w sposób <u>prosty zależny</u> ” jest mniejsza od 0,3	
Wartość oczekiwana zmiennej „wariancja X z 2-elementowej próby losowanej w sposób prosty niezależny” jest mniejsza od 0,6	
Jeśli 2 -elementowa próba jest dobrana w sposób <u>prosty niezależny</u> to prawdopodobieństwo wylosowania próby o średniej równej 1 jest równe 0,09	
Jeśli 2-elementowa próba jest dobrana w sposób <u>prosty zależny</u> to prawdopodobieństwo wylosowania próby o średniej równej 1 jest większe od 0,09	

Losujemy n-elementową próbę losową z N-elementowej populacji $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_N\}$. Czy wynika z tego, że:	
Prawdopodobieństwo wylosowania każdego ellementu z populacji musi być znane i niezerowe	
Prawdopodobieństwo wylosowania każdego elementu z populacji jest takie samo	
Średnia dowolnej zmiennej w tej próbie jest równa jej wartości oczekiwanej w populacji	
Jeśli losujemy próbę 3-elementową to prawdopodobieństwo wylosowania próby o składzie $\{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ jest takie samo jak próby o składzie $\{\omega_4, \omega_5, \omega_6\}$	
$N \geq n$	

Zmienna W ma rozkład normalny o parametrach $N(3,2)$. Prawdopodobieństwo, że zmienna przyjmie wartość równą co najwyżej 2, jest określone przez	
Pole pod funkcją gęstości nad przedziałem $(-\infty; 2>$	
Wartość dystrybuanty w punkcie 2	
Wartość dystrybuanty rozkładu normalnego standaryzowanego w punkcie 2	
Wartość dystrybuanty rozkładu normalnego standaryzowanego w punkcie $-1/2$	
Wartość jej funkcji gęstości w punkcie 2	
Wartość jej funkcji gęstości w punkcie $-0,5$	
Pole pod dystrybuantą pod przedziałem $(-\infty; 2>$	

Zmienna Z jest zmienną ciągłą. Czy wynika z tego, że:	
Zmienna przyjmuje nieskończenie wiele wartości	
Zmienna ma rozkład normalny	
Prawdopodobieństwo, że zmienna przyjmuje określoną wartość z_i jest równe 0	
Rozkład tej zmiennej jest symetryczny	

7. Zmienna X przyjmuje wartości 1, 2, 3, z prawdopodobieństwami $P(X=1)=P(X=2)=0,4$, $P(X=3)=0,2$. Zakładając dobór próby prosty niezależny oszacuj możliwie dokładnie prawdopodobieństwo:

- Wylosowania 200-elementowej próby takiej, że średnia w tej próbie będzie większa od 1,5
- Wylosowania 15-elementowej próby takiej, że średnia w tej próbie będzie zawierać się w przedziale $(1,5; 2,1)$
- Wylosowania trzejelementowej próby, takiej, że średnia w tej próbie będzie większa od 1

9. Oblicz następujące prawdopodobieństwa związane ze zmienną U mającą rozkład normalny o parametrach $N(0,1)$:

- $P(U \leq 1,26) =$
- $\Phi(1,26) =$
- $P(U > 1,5) =$
- $P(U > -1) =$
- $P(U \leq -1) =$
- $P(1 \leq U \leq 2) =$
- $P(-1 \leq U \leq 2) =$
- $P(-1 \leq U \leq 1) =$
- $P(-2 \leq U \leq -1) =$

10. Oblicz następujące prawdopodobieństwa związane ze zmienną X mającą rozkład normalny o parametrach $N(4,2)$:

- $P(X \leq 6) =$
- $P(X > 6) =$
- $P(X > 0) =$
- $P(X \leq 0) =$
- $P(-6 \leq X \leq 0) =$

11. Oblicz wartości u_i zmiennej U mającej rozkład normalny o parametrach $N(0,1)$:

- $P(U \leq u_1) = 0,8$
- $\Phi(u_1) = 0,8$
- $P(U > u_1) = 0,4$
- $P(U \leq -u_1) = 0,3$
- $P(U \leq u_1) = 0,2$
- $\Phi(u_1) = 0,3$
- $P(U > u_1) = 0,8$
- $P(U > u_1) = 0,6$
- $P(-u_1 \leq U \leq u_1) = 0,95$
- $P(-u_1 \leq U \leq 0) = 0,3$

12. Oblicz wartości x_i zmiennej X mającej rozkład normalny o parametrach $N(3,2)$:

- $P(X \leq x_1) = 0,8$
- $P(X > x_2) = 0,4$
- $P(X \leq x_3) = 0,23$
- $P(X > x_4) = 0,8$
- $P(-x_5 \leq X \leq x_6) = 0,99$

13) Zmienna przyjmuje dwie wartości 1 i 2. Liczebność wartości 1 w populacji wynosi 10, liczebność wartości 2 jest pięć razy większa. Wyznacz rozkład prawdopodobieństwa statystyki „średnia z 3-elementowej próby dobranej w sposób prosty niezależny”. Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję tej zmiennej

14) W populacji mamy 5 elementów które mają następujące wartości zmiennej X:

$X_1=3, X_2=2, X_3=1, X_4=3, X_5=2$. Oblicz prawdopodobieństwo, że średnia w 2 elementowej próbie wyniesie 2 gdy losujemy:

- W sposób prosty niezależny
- W sposób prosty zależny

14b) Populacja składa się z czterech obiektów, dla których zmienna X przyjmuje odpowiednio wartości 1, 1, 3, 4.

- Wyznacz rozkład zmiennej „minimum z dwuelementowej próby dobranej sposobem prostym zależnym” i oblicz jej medianę.
- Wyznacz rozkład zmiennej „średnia z dwuelementowej próby dobranej sposobem prostym niezależnym” i oblicz jej wariancję.

15) Wiemy, że w pewnej zbiorowości 60% osób zna wzór na nieobciążony estymator wariancji. Jakie jest prawdopodobieństwo, że losując 3 razy próbę 256 elementową (w sposób prosty niezależny) za każdym razem wylosujemy próbę w której większość nie będzie znała tego wzoru.

16) Wiemy, że w pewnej zbiorowości prawdopodobieństwo wylosowania 400 elementowej próby (w sposób prosty niezależny) w której co najwyżej 88 osób jada kiełki rzodkiewki wynosi w przybliżeniu 0,84. Jaki odsetek (w przybliżeniu) tej populacji jada kiełki rzodkiewki?