

\*\*\*\*regresja wielokrotna, korelacja cząstkowa\*\*\*\*

**Zadanie 1.** Wiemy, że równanie regresji  $\hat{Y}_{XZ}=3 + 2X - Z$ . Wiadomo, że kowariancja zmiennych X i Z jest równa 0. Średnia zmiennej Y jest równa 4 a średnia zmiennej X jest równa 1. Wyznacz równanie regresji Y względem X.

**Zadanie 2.** Mamy podane informacje o wartościach zmiennych X, Y, Z dla pięciu obiektów:

| nr | Z   | Y | X |
|----|-----|---|---|
| 1  | 2   | 0 | 2 |
| 2  | 3   | 1 | 0 |
| 3  | 1,5 | 0 | 1 |
| 4  | 4   | 1 | 2 |
| 5  | 1   | 0 | 0 |

- ❖ Wiedząc, że  $R^2_{Z|Y,X}=1$ , odtwórz równanie regresji wielokrotnej zmiennej Z ze względu na zmienne Y oraz X
- ❖ Czy Z jest liniową funkcją zmiennej Y?

**Zadanie 3** (ładne zadanie Jacka Hamana). Zmienna X to „wartość drzewa [zł]” Y - „wysokość drzewa [m]”, Z - „pierśnica\* drzewa w [cm]”. Dane jest następujące równanie regresji:

$$\hat{X}_{YZ} = -100 - 2 Y + 10 Z$$

Dane są także wartości  $R^2_{X|YZ}=0,50$ , oraz  $\rho^2_{X,Y}=0,4$ ,  $D(X)=700$ ,  $D(Y)=5$ ,  $D(Z)=50$

- a) Zinterpretuj wartości parametrów równania regresji oraz współczynnika korelacji wielokrotnej  $R^2$
- b) Wyznacz wartość  $\rho_{X,Z;Y}$
- c) Wyznacz równanie w postaci standaryzowanej
- d) Niech W będzie wartością pierśnicy mierzonej nie w cm, ale w calach (przyjmując 1”=2,5cm). Podaj równanie regresji  $X_{YW}$

**Zadanie 4** „z dziurami”

Uzupełnij poniższą macierz danych i - w ramach nagrody - wyznacz średnią zmiennej Y. Wiedząc dodatkowo, że wariancja zmiennej Y wynosi 0,8 wyznacz  $R^2_{Y|XZ}$ .

| nr | X | Z | $\hat{Y}_{XZ}$ | $e_{Y XZ}$ |
|----|---|---|----------------|------------|
| 1  |   | 3 | 2,6            |            |
| 2  | 2 | 7 | 4,15           | -0,15      |
| 3  | 0 | 6 | 2,45           | -0,45      |
| 4  | 2 |   |                | 0,45       |
| 5  | 0 | 5 | 2,25           | 0,75       |

**UWAGA:** Sam nie wiem, czy bym sobie poradził z tym zadaniem:)

Dla ułatwienia Państwu podpowiem, że istotna jest precyzja obliczeń

do czwartego miejsca po przecinku...

Ponadto sugeruje rozpocząć od ostatniej kolumny ...

i potem przesuwac się w lewo

**Zadanie 5.** Mamy równanie regresji wielokrotnej zmiennej Y względem X i Z

$$\hat{Y}_{XZ}=2,1 + X - 2 Z$$

Wiemy, że  $\rho_{X,Z}=0,5$ ,  $D^2(Y)=8$ ,  $D^2(X)=4$ ,  $D^2(Z)=1$ .

Oblicz  $R^2_{Y|XZ}$ , i wyznacz standaryzowaną postać równania regresji

**Zadanie 6.** Mamy równanie regresji wielokrotnej zmiennej Y względem X i Z.

$$\hat{Y}_{XZ}=3 + 2X - 0,5 Z$$

Ponadto wiemy, że  $\rho_{X,Z}=0,6$  oraz  $\rho^2_{Y,Z}=0,2$ ,  $D^2(X)=9$ ,  $D^2(Z)=4$ .

Wyznacz minimalną i maksymalną wartość wariancji zmiennej Y

\* obwód pnia mierzony na wysokości 130 cm

**Zadanie 7.** Wiadomo, że równanie regresji wielokrotnej zmiennej Y względem X i Z ma postać  $\hat{Y}=3+2X-0,5Z$ . Wiemy też, że współczynnik korelacji wielokrotnej wynosi  $R^2_{X|YZ}=0,8$  a współczynnik korelacji pomiędzy zmiennymi  $\rho^2_{X,Z}$  wynosi 0,6. Wyznacz parametr cząstkowy regresji wielokrotnej X względem Y (przy uwzględnieniu Z) tj.  $b_{X|Y;Z}$

|   |  |
|---|--|
| Mamy trzy zmienne X, Y, Z. Współczynniki korelacji pomiędzy poszczególnymi zmiennymi wynoszą odpowiednio $\rho_{X,Y}=0,6$ , $\rho_{X,Z}=-0,7$ , a współczynnik $1 > \rho^2_{Z,Y} > 0$ . Powiedz czy, jest możliwe, aby: |  |
| Współczynnik korelacji cząstkowej między zmiennymi X i Y z wyłączeniem Z jest większy od 0,6  |  |
| Współczynnik korelacji cząstkowej między zmiennymi X i Y z wyłączeniem Z jest mniejszy od 0,6   |  |
| Współczynnik regresji wielokrotnej $R^2_{X Y;Z} < 0,49$   |  |
| Cząstkowy współczynnik standaryzowany równania regresji wielokrotnej $\beta_{X;Z;Y} > 0$  |  |

|  |  |
|--|--|
| W pewnej zbiorowości wyznaczono dwie regresje liniowe: zmiennej Z względem zmiennej X i zmiennej Z względem zmiennych Y i X. Obliczono kwadraty odpowiednich współczynników korelacji $\rho^2_{Z,X}$ i $R^2_{Z;Y,X}$ . Czy dla każdej zbiorowości: |  |
| $\rho^2_{Z,X}$ jest równy $R^2_{Z;Y,X}$  |  |
| $\rho^2_{Z,X} \geq R^2_{Z;Y,X}$  |  |
| $\rho^2_{Z,X} \leq R^2_{Z;Y,X}$  |  |
| Jeśli $\rho^2_{Z,X}$ jest równy $R^2_{Z;Y,X}$ to kwadrat współczynnika korelacji cząstkowej $\rho^2_{Z;Y;X}=0$   |  |

|  |  |
|--|--|
| Mamy trzy zmienne $Y_1$ – dochód w tys. złotych $Y_2$ – staż pracy (w latach) i $Y_3$ – płeć (0-K, 1-M) Równanie regresji wielokrotnej $Y_1$ ze względu na zmienne $Y_2$ i $Y_3$ ma postać $\hat{Y}_{1 2,3}=1+0,1 \cdot Y_2+0,4 \cdot Y_3$ . Wiemy, że $\rho^2_{2,3}=0$ . Czy wynika z tego, że: |  |
| Współczynnik standaryzowany regresji wielokrotnej związany z płcią $\beta_{1 3;2}$ jest większy od zera  |  |
| Wszystkie kobiety, które do tej pory nie pracowały zarabiają 1000 zł   |  |
| $R^2_{1;2,3} = \rho^2_{1,2} + \rho^2_{1,3}$  |  |
| Z tego, że: $b_{1 2;3} < b_{1 3;2}$ wynika, że $\rho^2_{1,2} < \rho^2_{1,3}$   |  |

|   |  |
|---|--|
| Wiemy, że kwadrat współczynnika korelacji wielokrotnej $R^2_{X Z,Y} = 0,2$ oraz, że kwadrat współczynnika korelacji $\rho^2_{X,Z} = 0,2$ . Czy wynika z tego, że: |  |
| Współczynnik korelacji wielokrotnej X od trzech zmiennych Z, Y i W $R^2_{X Z,Y,W} \geq 0,2$   |  |
| Współczynnik korelacji cząstkowej $\rho_{X,Z;Y}=0$  |  |
| Współczynnik korelacji liniowej $\rho_{X,Y}=0$  |  |
| Współczynnik korelacji cząstkowej $\rho_{X,Y;Z}=0$  |  |

|  |  |
|--|--|
| Kwadrat współczynnika korelacji między zmiennymi X i Y $\rho^2_{X,Y}$ wynosi 0,1. Kwadrat współczynnika korelacji między zmiennymi X i Z $\rho^2_{X,Z}$ wynosi 0,3. Czy wynika z tego, że: |  |
| Współczynnik korelacji między zmiennymi Y i Z $\rho_{Y,Z}$ może być równy 0.   |  |
| Współczynnik korelacji między zmiennymi Y i Z $\rho_{Y,Z}$ może być równy 1.   |  |
| Kwadrat współczynnika korelacji wielokrotnej zmiennej X ze względu na Y i Z $R^2_{X Y,Z} \geq 0,3$   |  |
| $0,1 \leq R^2_{X Y,Z} \leq 0,3$  |  |

|  |  |
|--|--|
| Równanie regresji wielokrotnej zmiennej $X_1$ przewidywanej przy pomocy zmiennych $X_2$ , i $X_3$ ma postać: $X_{1 2,3} = 100 - 50 X_2 + 300 X_3$ , a kwadrat współczynnika korelacji wielokrotnej $R^2_{1 2,3} = 0,4$ . Czy wynika z tego, że |  |
| Kwadrat wsp. korelacji między $X_2$ i $X_3$ jest większy od zera   |  |
| Zmienna $X_1$ jest silniej skorelowana liniowo ze zmienną $X_3$ niż ze zmienną $X_2$   |  |
| Kwadrat wsp. korelacji między $X_1$ i $X_2$ jest mniejszy bądź równy 0,4   |  |
| Kwadrat współczynnika korelacji cząstkowej między zmiennymi $X_1$ i $X_2$ z wyłączeniem $X_3$ $\rho^2_{1,2;3} \leq 0,4$  |  |