

*****Zadanka do poćwiczenia vol.3 :)*****

1)Mamy podane informacje na temat wieku sześciu osób

nr osoby	wiek
1	19
2	21
3	25
4	17
5	21
6	23

Oblicz następujące parametry tej zmiennej: wariancja, odchylenie standardowe, odchylenie przeciętne od mediany, rozstęp, odchylenie ćwiartkowe, błąd modalnej

2)Wiemy, że rozstęp zmiennej „liczba posiadanych dzieci” jest w pewnej zbiorowości równy 3, a błąd modalnej (przy tym rozstępie) jest maksymalny. Wyznacz entropię i różnorodność klasyfikacji

3) Mamy podany rozkład skumulowany zmiennej W.

w_i	$P(W \leq w_i)$
-1	0,2
0	0,5
1	0,95
2	1

Oblicz następujące parametry tej zmiennej: $D^2(W)$, $D(X)$, $d(W)$, $L(W)$, $Q(W)$, $b(W)$, $H(W)$, $K(W)$

4)Zadania konstrukcyjne (poszczególne a-j punkty nie są z sobą związane)

- Zmienna X przyjmuje wartości od 1 do 5. Skonstruuj taki rozkład, że $Q_{1,4} = Q_{3,4}$.
- Zmienna X przyjmuje wartości od 1 do 5. Skonstruuj taki rozkład, że $E(X) < Me(X)$.
- Zmienna X przyjmuje wartości od 1 do 5. Skonstruuj taki rozkład, że $E(X) > Mo(X)$.
- Zmienna przyjmuje co najmniej trzy wartości. Skonstruuj taki rozkład, że $Q(X) = 0,5L(X)$.
- Skonstruuj rozkłady dwóch zmiennych X i Y takie że , że $E(X) > E(Y)$ oraz $Me(X) = Me(Y)$.
- Skonstruuj taki rozkład zmiennej X, że $d(X) > D^2(X)$.
- Skonstruuj rozkłady dwóch zmiennych X i Y takie że , że $E(X) = E(Y)$ oraz $D^2(X) > D^2(Y)$.
- Zmienna przyjmuje dokładnie cztery wartości. Skonstruuj taki rozkład, że $P[X=Mo(X)] = 1/3 * b(X)$
- Zmienna przyjmuje wiele wartości. Skonstruuj taki rozkład, że dla pewnej wartości t zachodzi $P(X=t-s) = P(X=t+s)$ gdzie s jest dowolną liczbą rzeczywistą a średnia tej zmiennej jest równa 0.
- Skonstruuj rozkład zmiennej Y jeśli wiadomo, że $P(W=Max(W)) = 2P(Y = Max(Y))$ gdzie $W=Y^2$.

5)Zmienna X przyjmuje z niezerowymi częstościami dokładnie cztery wartości. Wiemy, że:

$Min(X)=1$, entropia tej zmiennej jest równa 2. Wiemy, że różnica między kwantylami $Q_{2,3} - Q_{1,3}$ jest równa 2 i jest trzykrotnie mniejsza od rozstępu tej zmiennej. Wyznacz rozkład X.

6) (super-trudne!!!, ale fajne) Zmienna $W=X^2$ przyjmuje dokładnie dwie wartości, błąd modalnej tej zmiennej wynosi 0,4, a wariancja tej zmiennej wynosi 2,16. Odtwórz rozkład zmiennej X wiedząc, że jest on symetryczny wokół 0 a odchylenie ćwiartkowe jest równe 1.

7)Mamy podany rozkład zmiennych X, Y i Z. Wiedząc, że $H(X) \approx 0,721$ oraz $H(Y) \approx 1,485$. Oblicz entropię zmiennej Z (nie korzystając z tablic!!!).

x_i	$P(X= x_i)$
1	0,2
2	0,8

y_i	$P(Y= y_i)$
1	0,3
2	0,2
3	0,5

z_i	$P(Z= z_i)$
1	0,3
2	0,1
3	0,2
4	0,4

8) Mamy podane informacje na temat średniej temperatury mierzonej o godzinie 7.00 w kolejnych dniach tygodnia (zmienna X), tyle, że dane są niekompletne. Wiadomo, że:

- a) Temperatura w niedzielę była wyższa od temperatury w dowolnym innym dniu tygodnia
 b) $d(X)=2$
 c) $b(X)=4/7$

dzień tygodnia	pon	wt	śr	czw	pt	sb	nd
X – temp. w °C	3	-1	-1	1	2		

Uzupełnij, dane. Odpowiedź uzasadnij.

9) Zmienna X przyjmuje wyłącznie wartości ujemne. Znając wybrane wartości parametrów zmiennej X, oblicz, o ile to możliwe odpowiednie parametry dla zmiennych Z i Y, gdzie: $Z=3X+1$ $Y=X^2$
 (Jeżeli uważasz, że nie jest to możliwe postaw literkę N)

Me (X) = -5	Me (Z)	Me (Y)
Min(X)= -11	Min(Z)	Min (Y)
E (X) = -2,9	E (Z)	E (Y)
D (X) = 3,1	D(Z)	D(Y)
b(X) = 0,8	b(Z)	b(Y)
d(X)= 3,3	d(Z)	d(Y)
H(X) = 2,8	H(Z)	H(Y)

Co zmieniłoby się, gdyby zmienna X mogła przyjmować dowolne wartości, tj. ujemne i dodatnie?

10) Zmienna X przyjmuje wartości 1, 2, 3 a zmienna Y wartości 0 i 1.

Wyznacz rozkład łączny obydwu zmiennych wiedząc że:

- a) $D^2(Y|X=1)=D^2(Y|X=2)=0,24$
 b) $Mo(Y|X=1)>Mo(Y|X=2)$
 c) $H(Y|X=3)=1$
 d) Rozkład zmiennej X jest symetryczny wokół 2 a wariancja tej zmiennej jest równa 0,6.

11) Opisujemy zbiorowość szachistów zawodowych za pomocą następujących zmiennych:

X-liczba wygranych turniejów [międzynarodowych]

Y- jak często gra w szachy z komputerem (0-nigdy; 1-sporadycznie 2-często)

Z - czy pisze podręczniki do gry w szachy (1-nie; 2-tak)

W- wiek (w latach)

Wyjaśnij następujące zapisy formalne w języku naturalnym:

- a) Wśród szachistów w wieku 30 lat, którzy piszą podręczniki do gry w szachy wszyscy wygrali tyle samo turniejów.
 b) Średnia liczba wygranych turniejów międzynarodowych wśród szachistów, którzy mają pow. 50 lat jest większa niż w całej zbiorowości.
 c) Jeśli brać pod uwagę szachistów poniżej 30 roku życia to odsetek osób grających często z komputerem jest taki sam wśród osób, które piszą podręczniki jak i wśród tych, które ich nie piszą.

Zapisz formalnie:

- d) $b(Y|X>55)=2/3$
 e) $H(Z|Y=2)=1$
 f) $L(X|Z=2)=25$
 g) $E(Z)=1,6$
 h) $E(Y|Y<2)=0,5$

12) Wiemy, że $E(X)=2$; $D^2(X)=6,1$; $Me(X) \in \langle 2,3 \rangle$; $b(X)=0,8$. W zacięzione miejsca wstaw znaki mniejszości „<”, większości „>” lub równości „=”

- | | | |
|---|--------------|--------------|
| a | $E(X-2)$ | 0 |
| b | $E[(X-1)^2]$ | 6,1 |
| c | $P[X=Mo(X)]$ | 0,8 |
| d | $E[X-2]$ | $E[X-3]$ |
| e | $E[(X-0)^2]$ | $E[(X-3)^2]$ |